Soutien Maths

FONCTION EXPONENTIELLE

EXERCICE 1

1. Résoudre les équations ou inéquations suivantes :

a) $3\,e^x - 6 = 1 - 5\,e^x$ b) $e^x \times e^{3x+5} = e^{4-3x}$ c) $3\,e^x - 4 > 2\,e^x - 3$

d) $e^{3x+4} \leq (e^{x+1})^2$ e) $e^{3x-5} > e^x$ f) $e^x - \left(e^{x+2}\right)^2 > 0$

g) $\exp\left(\dfrac{9x-5}{1-x}\right) = \left(\exp x\right)^2$

3. Calculer $f'(x)$ dans chacun des cas suivants :

a) f est définie par $f(x) = 4\,e^x + 5x^2 - 3x + 4$ b) f est définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{2\,e^x + 3}{x+2}$

c) f est définie par : $f(x) = e^{x^2 - 5x + 1}$

EXERCICE 2

Le but de l'exercice est de prouver qu'il existe un unique réel solution de l'équation

$$(E) \quad e^{2x} + 4x\,e^x - 4e^x - 4 = 0 .$$

Pour cela, on considère la fonction f définie par $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x} + 4x\,e^x - 4e^x - 4$.

1.a) Montrer que pour tout $x < 0$, $e^{2x} - 4 < 0$ et $4\,e^x\,(x-1) < 0$ .l'équation

b) En déduire que l'équation (E) n'a pas de solution dans $]-\infty\,;\,0[$.

2.a) Démontrer que la fonction f est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$.

b) Démontrer que l'équation (E) admet une solution unique dans l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

3. *On note α cette solution* .Donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α .

EXERCICE 3

On note f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ *par* $f(x) = \dfrac{x\,e^{-x}}{x^2+1}$.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu .
2. *On considère la fonction g définie sur* $[0\,;+\infty[$ *par* $g(x) = x^3 + x^2 + x - 1$.

Établir que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

3.a) Monter que pour tout $x \geq 0$, $f'(x)$ et $g(x)$ sont de même signe .

b) En déduire les variations de f sur $[0\,;+\infty[$.

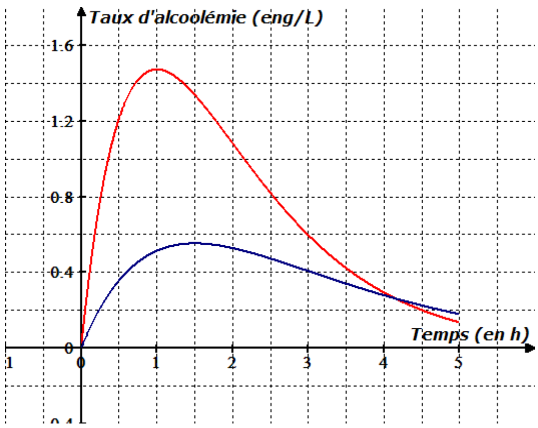
EXERCICE 4

On a étudié l'évolution du taux d'alcoolémie dans le sang d'une certaine personne (exprimé en grammes d'alcool par litre de sang) pendant les cinq heures suivant l'absorption d'une certaine quantité d'alcool.

On suppose que le taux d'alcoolémie (exprimé en g/L) pendant les cinq heures suivant l'absorption est modélisé en fonction du temps (exprimé en heures) par :

une fonction f_1 ***lorsque l'alcool est absorbé à jeun*** *(représentée par une courbe C_1)* .

une fonction $\boldsymbol{f_2}$ ***lorsque l'alcool est absorbé après ingestion d'aliments*** *(représentée par la courbe C_2).*



1. *La fonction f_2 est définie sur l'intervalle* $[0\,;\,5]$ *par :* $f_2(x) = x\,e^{-\frac{2}{3}x}$

Déterminer au bout de combien de temps le taux d'alcoolémie est maximal lorsque l'alcool est absorbé après ingestion d'aliments .

2. *La fonction f_1 est définie sur l'intervalle* $[0\,;\,5]$ *par :* $f_1(x) = 4\,x\,e^{-x}$.

a) Montrer que l'équation $f_1(x) = f_2(x)$ est équivalente à : $x\,e^{ln4 - x} = x\,e^{\frac{-2x}{3}}$.

Résoudre cette dernière équation .

b) Indiquer comment retrouver graphiquement le résultat de la question précédente .

L'interpréter conncrètement.