Devoir commun de Mathématiques n° 2

Classes de Seconde

Durée : 2 heures

EXERCICE 1 **(4,25 points)**

Partie A

Un devoir commun est organisé pour les classes de Seconde .
Afin de se ménager en cette fin d'année scolaire, les professeurs des classes concernées ont décidé d'élaborer le sujet en se servant d'exercices qu'ils ont déjà donnés les années précédentes. Ils disposent ainsi de 400 exercices répartis en trois grandes catégories : fonctions , géométrie et probabilités. On sait que :

- 35 % de ces exercices ont déjà été utilisés lors des devoirs communs des années antérieures ;
- il y a 156 exercices sur les fonctions dont 25 % ont déjà figuré dans un devoir commun les années précédentes ;
- 28 % sont des exercices de probabilités et 92 d'entre eux n'ont jamais été donnés lors d'un devoir commun .

1. Compléter le tableau d'effectifs ci-dessous :

	Fonctions	Géométrie	Probabilités	Total
Déjà donné dans d'un devoir commun				
Jamais donné dans un devoir commun			92	
Total	156			400

2. Les professeurs décident de tirer au hasard (grâce à un procédé secret et totalement aléatoire) le troisième exercice du devoir commun . On considère les événements suivants :

- F : « l'exercice porte sur les fonctions » ;
- D : « l'exercice a déjà été donné lors d'un devoir commun » ;

a) Calculer la probabilité de chacun des événements D et F .

b) Quelle est la probabilité pour que l'exercice tiré au sort soit un exercice sur les fonctions déjà donné précédemment ?

c) Traduire l'événement $D \cup F$ par une phrase et calculer sa probabilité .

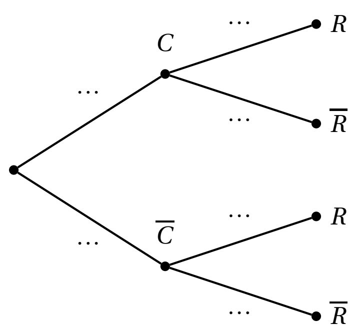
Partie B

Grâce à leur expérience incomparable dans ce domaine, les professeurs savent que le jour de l'épreuve, certains élèves n'ont pas toujours une règle graduée ou une calculatrice .

- 5 % des élèves oublient leur calculatrice ;
- Parmi ceux qui oublient leur calculatrice, 56 % oublient également leur règle graduée ;
- Parmi ceux qui pensent à prendre leur calculatrice, 20 % oublient leur règle graduée .

On choisit un élève de Seconde au hasard durant le devoir commun .
On note :

- C l'événement : « l'élève a oublié sa calculatrice » ;
- R l'événement : « l'élève a oublié sa règle graduée ».



1. Compléter l'arbre pondéré ci-contre à l'aide des données de l'énoncé.

2. a) Calculer la probabilité de l'événement $C \cap R$.

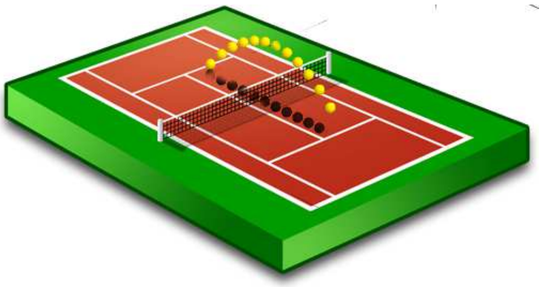
b) Calculer $p(R)$.

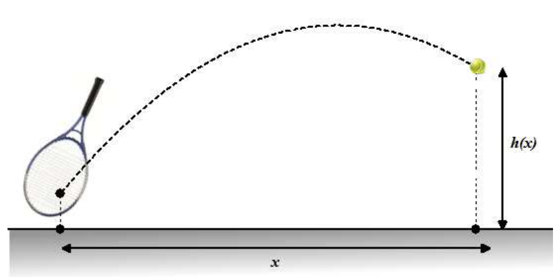
3. Calculer la probabilité pour que l'élève ait oublié sa calculatrice, mais pas sa règle graduée . Comment note-t-on cet événement ?

Les résultats seront donnés sous forme décimale éventuellement arrondie à 10^{-3} près .

EXERCICE 2 **(4,25 points)**

Deux joueurs A et B s'affrontent sur un cours de tennis. Sur un coup de son adversaire, le joueur A reprend la balle près du sol et tente une « volée amortie ». On considère que la balle suit alors une trajectoire qu'on peut modéliser par un morceau de parabole.

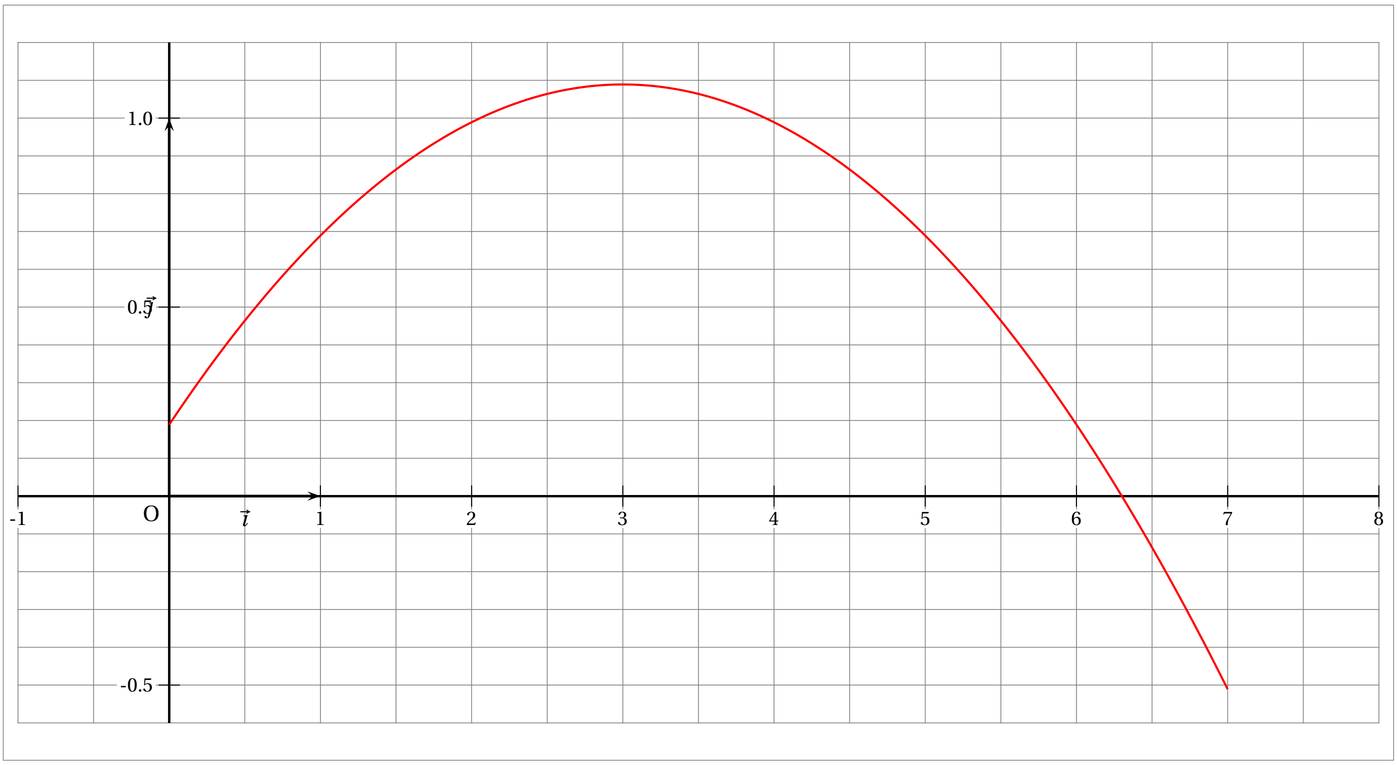




Plus précisément on considère que la hauteur de la balle en **mètres**, en fonction du nombre x de mètres parcourus au sol est donné (à partir de $x = 0$ et tant que la balle ne retombe pas au sol) par la fonction h définie par $h(x) = -0,1x^2 + 0,6x + 0,189$.

Partie A : Lecture graphiques

On a tracé dans le plan rapporté à un repère orthgonal $\left(\text{O}\,;\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$, la représentation graphique de la fonction h sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique :

1. A quelle distance de l'endroit où elle est frappée, la balle devrait retomber au sol ? On négligera le rayon de la balle
2. Quelle sera la hauteur maximale atteinte par la balle ?

Partie B : Formes développée, factorisée et canonique de h

1. Montrer que la forme factorisée de $h(x)$ est $h(x) = -0,1(x + 0,3)(x - 6,3)$.
2. Montrer que la forme canonique de $h(x)$ est $h(x) = -0,1(x - 3)^2 + 1,089$.

Partie C : Utilisation des formes de h

En utilisant pour chaque question la forme de h qui vous paraît la plus adaptée, répondre aux questions suivantes (qui sont indépendantes et peuvent être traitées dans n'importe quel ordre) :

1. Quelle est la hauteur $h(0)$ de la balle lorsque le joueur A la reprend pour tenter sa volée amortie ?
2. La balle suit une trajectoire telle qu'elle passera (ou pas) le filet **quatre** mètres après son point de départ. Sachant que la hauteur du filet est à cet endroit de 95 cm, déterminer si la balle passera le filet.
3. On suppose ici que la balle a franchi le filet, déterminer la distance x pour laquelle elle retombera au sol.
   On négligera le rayon de la balle, c'est-à-dire qu'on suppose qu'elle touche le sol pour $h(x) = 0$.
4. Plus la balle monte haut, plus son rebond sera élevé et plus le joueur B aura de temps pour renvoyer la balle.
   a) Établir le tableau des variations de la fonction h sur $[0 ; 7]$ en expliquant le raisonnement.
   b) En déduire la hauteur maximale atteinte par la balle, et préciser pour quelle valeur de x ce maximum est atteint.

EXERCICE 3 **(3,5 points)**

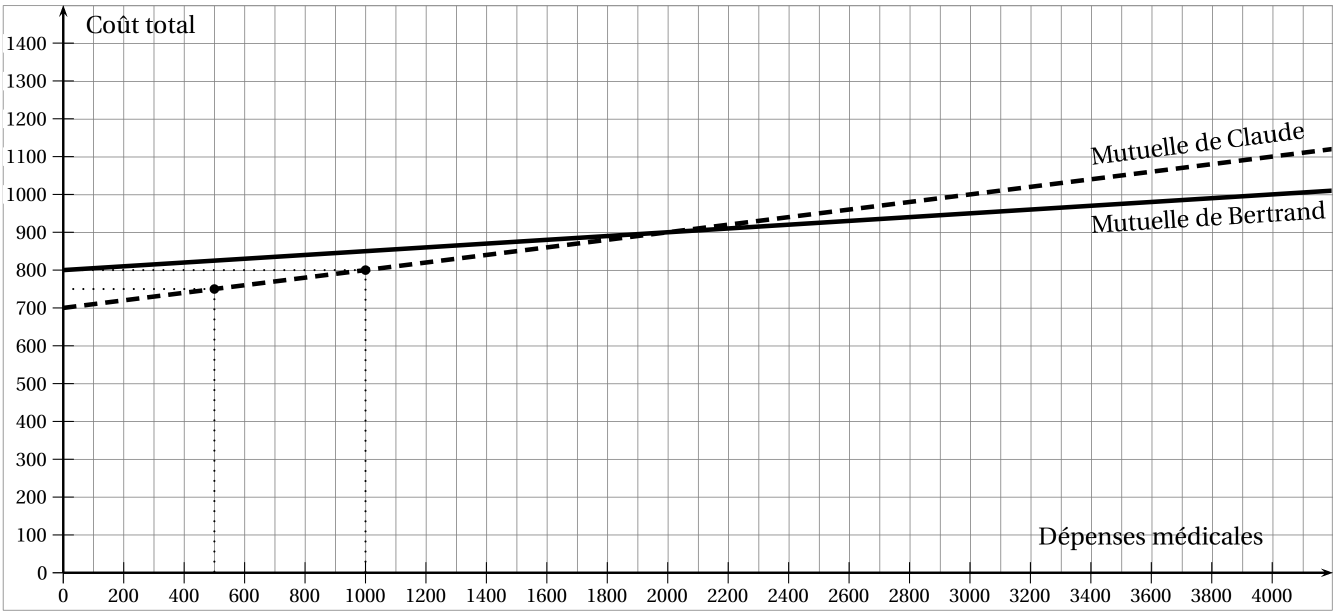
Albert, Bertrand et Claude comparent leur mutuelle santé.

- Albert indique qu'il paye 350 € par an pour sa mutuelle et que sa mutuelle lui laisse, à sa charge, 20 % de ses frais de santé .
- Bertrand paye 800 € par an mais il ne paye que 5 % de ses frais de santé .
- Claude ne se rappelle pas combien il paye ni le taux de frais restant à sa charge, mais il sait que l'année précédente il a dépensé 800 € pour se soigner alors qu'il avait une facture médicale de $x = 1000$ € au total, et l'année d'avant il a dépensé 750 € au total alors qu'il n'avait que $x = 500$ € de frais de santé.

  On suppose que le tarif de la mutuelle n'a pas évolué ces trois dernières années

On note respectivement A, B et C, les fonctions affines qui au montant x des dépenses médicales de chacune des trois personnes font correspondre la somme en euros payée par chacune. (cotisation à la mutuelle+ part des frais restant à charge).
Ainsi, $A(x) = 350 + 0,2x$ car Albert a payé 350 auquel il faut ajouter 20 % de la somme x.

1. **a)** Justifier que pour 1000 € de frais médicaux annuel, Bertrand devra payer au total 850 €.
   b) Donner l'expression de la fonction B .
2. Tracer sur le repère ci joint la droite représentative de la fonction A .



3. **a)** Si on s'attend à des frais médicaux aux alentours de 1000 € , quelle mutuelle conseiller ?
   b) Résoudre $A(x) < B(x)$ par le calcul et interpréter.
   c) D'après le graphique, conseilleriez vous la troisième mutuelle ? Justifier d'une phrase.
4. On sait que $C(1000) = 800$ et $C(500) = 750$
   a) En détaillant la méthode, déterminer une expression de la fonction C.
   b) En déduire le coût de la mutuelle et le pourcentage restant à charge du patient avec celle-ci.

EXERCICE 4 **(2,5 points)**

Les magasins d'une enseigne de prêt-à-porter sont répartis en fonction de leur nombre d'employés comme l'indique le tableau suivant :

Nombre d'employés	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	2	10	48	90	54	14	4
Effectifs cumulés							

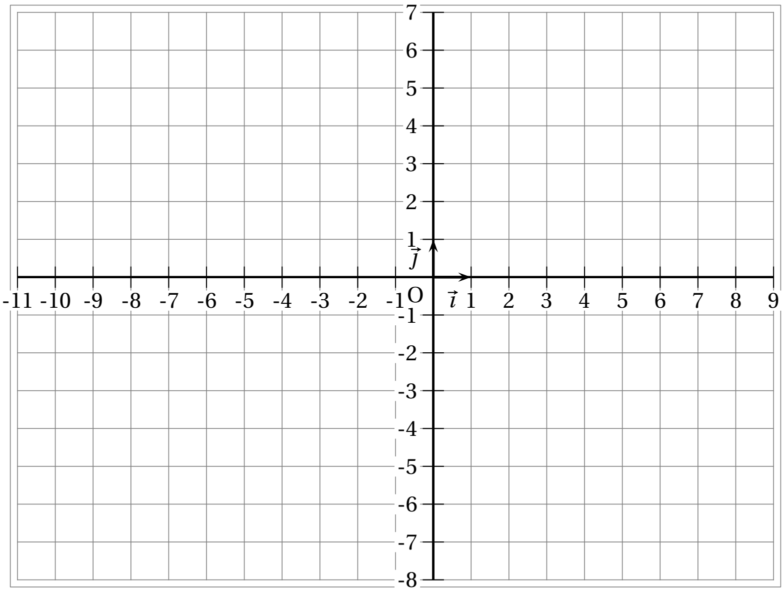
1. Compléter la troisième ligne du tableau.
2. **a)** Déterminer le nombre moyen d'employés par magasin.
   b) Déterminer la médiane, le premier quartile et le troisième quartile de cette série statistique.

EXERCICE 5 **(2,5 points)**

1. Étudier le signe de $(3x-3)(3x+1)$.
2. Factoriser $(3x-1)^2-4$.
3. Déduire des questions précédentes les solutions de $(3x-1)^2-4<0$

EXERCICE 6 **(3 points)**

1. Placer dans le repère orthonormé $\left(\mathrm{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ les points $A(-1~;~3)$, $B(5~;~-2)$, $C(8~;~6)$ et M tel que $\overrightarrow{AM}=\vec{u}$; où $\vec{u}$ a pour coordonnées $(-9~;~-10)$.



2. **Calculer** les coordonnées du point M .
3. **a)** Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BM}$.
   b) Les droites (AC) et (BM) sont-elles parallèles ? Justifier.
4. **[Question bonus]** Les points O , M et C sont-ils alignés ? Justifier.